Diskussion einer Potenzfunktion

Notiztitel 11.03.2007

$x^{\frac{6}{7}}$

Gegeben ist die Funktion $f: x \to x^{\frac{2}{7}}$ mit ihrem maximal möglichen Definitionsbereich D.

a) Erstelle eine sinnvolle Wertetabelle und zeichne sorgfältig den Graphen dieser Funktion !

b) Berechne die Steigung der Sekante zwischen den Punkten A(2 / ?) und B(3,5 / ?)

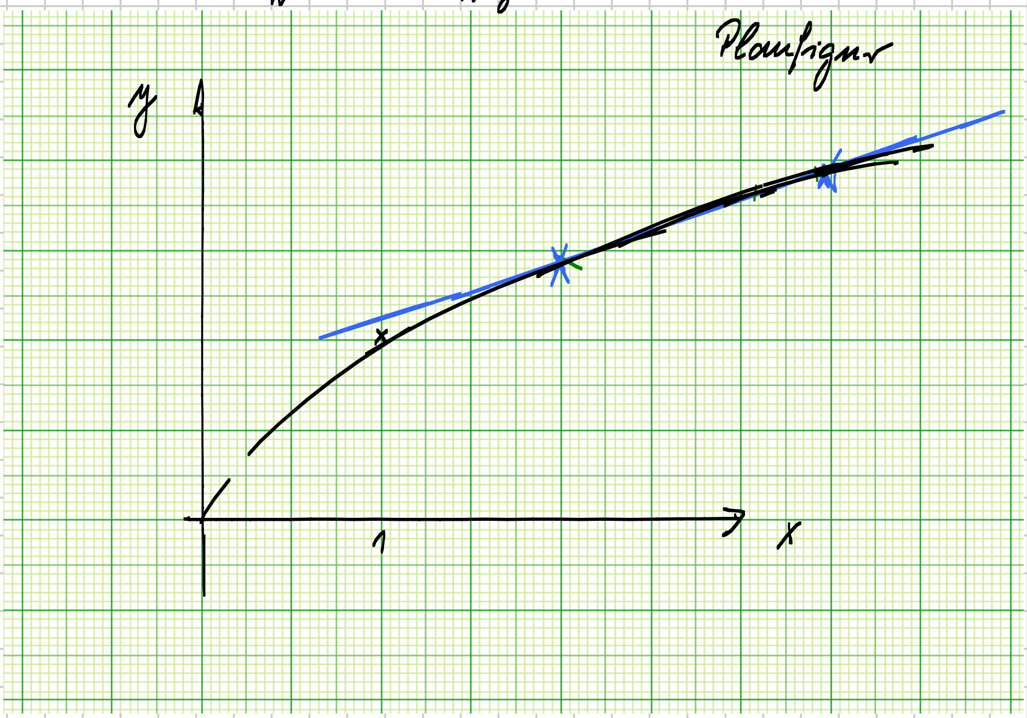
c) Zeige, daß die Steigung der Sekante zwischen den Punkten A und C (wobei $2 < x_c \leq 3{,}5$ ist) immer positiv ist. Eine ausführliche mathematische Begründung ist notwendig !

d) Begründe ebenso ausführlich, daß f in ganz D streng monoton steigend ist !

Maximal mögliche Definitionsmenge

$$D = \mathbb{R}_0^+ = \{ x \mid x \in \mathbb{R} \vee x \geq 0 \}$$

$$W = \mathbb{R}_0^+$$



$$x^{\frac{6}{7}} = \left[x^6 \right]^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{x^6}$$

bei echt rationalen Exponenten keine negativen Basen !

(b) Steigung der Sekante m:

$$A\,(2 \mid f(2)) \qquad B\,(3{,}5 \mid f(3{,}5))$$

$$m = \frac{f(3{,}5) - f(2)}{3{,}5 - 2} = 0{,}7$$

c) Funktion $f(x) = x^{\frac{6}{7}}$

man wählt [zwei] x-Werte aus

$$x_1 = 2 \qquad x_2 = 3{,}1$$

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) = x_1^{\frac{6}{7}} \quad \left(2^{\frac{6}{7}}\right) \qquad f(x_2) = x_2^{\frac{6}{7}} \quad \left(3{,}1^{\frac{6}{7}}\right)$$

gibt es ein Argument, dass

$$2^{\frac{6}{7}} < 3{,}1^{\frac{6}{7}}$$

natürlich:

man suche das passende

Monotoniegesetz Buch S 87/88