

Überlagerung harmonischer Schwingungen

Notiztitel

22.06.2006

als Summe von Informationen über
den Schwingungszustand (Auslenkung)
mehrerer schwingungsfähiger Systeme

[Vektorsumme der Auslenkungen]

In einem ersten Durchgang der Rechnung spielt der
"Ort" des Systems, das die Schwingungen verarbeitet
keine Rolle! → [Versuch S 135 Fadenlänge beliebig!]

1. Schwingung

$$y_1(t) = A \cdot \sin \omega t$$

2. Schwingung

$$y_2(t) = A \cdot \sin(\omega t + \Delta\varphi)$$

Einschränkungen und Bedingungen, die man
zunächst das Leben erleichtern.

① gleiche Amplitude $A_1 = A_2 = A$

② gleiche Frequenz $f_1 = f_2 = f$

aber es gibt eine Phasenverschiebung $\Delta\varphi$

$$\begin{aligned} y_1(t) + y_2(t) &= A \sin \omega t + A \sin(\omega t + \Delta\varphi) \\ &= A \left[\sin \omega t + \sin(\omega t + \Delta\varphi) \right] \end{aligned}$$

Additionstheoreme

$$\sin \alpha + \sin \beta =$$

$$2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\alpha \rightarrow \omega t$$

$$\beta \rightarrow (\omega t + \Delta \varphi)$$

$$y_1(t) + y_2(t) = A \cdot 2 \cdot \sin \frac{\omega t + \omega t + \Delta \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\omega t - (\omega t + \Delta \varphi)}{2}$$

$$y_1(t) + y_2(t) = 2A \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right) \cdot \cos \left(-\frac{\Delta \varphi}{2} \right)$$

$$\underbrace{y_1(t) + y_2(t)} = 2A \cdot \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)$$

$$\hat{y}(t) = \left[2A \cdot \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \right] \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)$$

Die Überlagerungsschwingung ist auch eine harmonische Schwingung.

→ phasenverschoben gegenüber den beiden ursprünglichen Schwingungen

⇒ mit zeitunabhängiger Amplitude

Interessanter Sonderfall

$$\cos \frac{\Delta \varphi}{2} = 0 \quad \leadsto \quad \frac{\Delta \varphi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta \varphi = \pi$$

Zwei harmonische Schwingungen können so überlagert werden dass die resultierende Schwingung immer die Amplitude Null hat!!!