Die Kugelrinne

Eine Rinne mit halbkreisförmigem Querschnitt wird mit der offenen Seite nach innen, zu einem Kreis mit dem Radius $R = 15{,}0$ cm gebogen (Abb. 1).
In der Rinne liegt eine Kugel mit der Masse $m = 18{,}5$ g. Reibungseinflüsse sind zu vernachlässigen.

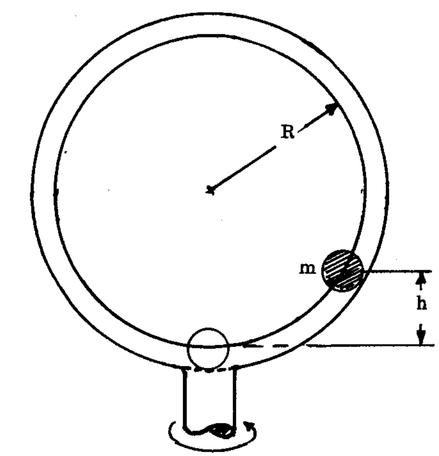

Abb. 1

1. Die Rinne wird um eine vertikale Achse in Umdrehung gebracht. Von einer bestimmten Umdrehungsdauer T steigt die Kugel in der Rinne hoch.
   Wird die Steighöhe h in Abhängigkeit von der Umlaufzeit T gemessen, so erhält man folgende Meßreihe:

T in s	0,642	0,553	0,452	0,319
h in cm	5,00	7,50	10,0	12,5

   a) Zeichnen Sie mit diessen Meßwerten das T^2-h-Diagramm.
   [0,1 s^2 ≙ 2 cm; 10 cm ≙ 5 cm]

   b) Aus dem gezeichneten Graphen erkennt man, daß zwischen Umlaufzeit T und Steighöhe h ein Zusammenhang der Form $h = c_1 - c_2 \cdot T^2$ besteht. Entnehmen Sie Ihrem Diagramm die numerischen Werte der Konstanten c_1 und c_2.

   c) Zeichnen Sie für einen beliebigen Wert von h ($0 < h < R$) einen sauberen Kräfteplan der auf die Kugel wirkenden Kräfte, und erläutern Sie ihn kurz.

   d) Mit Hilfe des Kräfteplans ist der experimentell gefundene Zusammenhang zwischen h und T theoretisch herzuleiten. Berechnen Sie die theoretischen Werte der Konstanten c_1 und c_2.
   Berechnen Sie auch die theoretische maximale Umlaufzeit T_o, bei der die Kugel zu steigen beginnt, und bestätigen Sie den erhaltenen Wert durch Ihren Graphen.

2. Die Rinne und die darin liegende Kugel ruhen. Die Kugel erhält durch einen Stoß die kinetische Energie $E_{kin} = 81{,}7$ mJ.

   a) Zeichnen Sie den Graphen $E_{pot}(h)$ für einen halben Umlauf.
   [0,10 J ≙ 5 cm; 10 cm ≙ 2 cm]

   b) Entwickeln Sie im Diagramm von 2 a) den Graphen $E_{kin}(h)$, wenn die Reibung vernachlässigt werden kann.

   c) Begründen Sie rechnerisch, daß die Anfangsenergie ausreicht, so daß die Kugel die Rinne ganz durchlaufen kann.

   d) Welcher Energieverlust durch Reibung könnte erlaubt werden, ohne daß die Kugel die Rinne verläßt?

Wir fahren Achterbahn

Abb. 1 zeigt schematisch den Aufbau einer Achterbahn aus Looping (Radius r_1) und waagerechtem Halbkreis mit dem Radius $r_2 = 7{,}0$ m. Im Wagen sitzt ein Fahrgast mit der Masse $m = 70$ kg.
Der Wagen bewegt sich von A über B, C, B nach D, E und F. In B besitzt er jeweils den gleichen Geschwindigkeitsbetrag $v_B = 14\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Alle Reibungseinflüsse sind zu vernachlässigen.

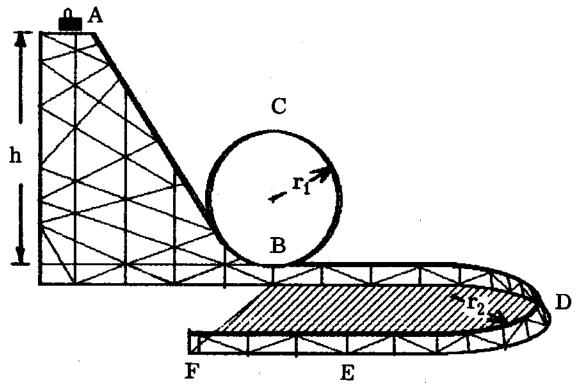

Abb. 1

1. Aus Sicherheitsgründen verlangt der Technische Überwachungsverein (TÜV), daß der Geschwindigkeitsbetrag v_C im Punkt C um 50 % über der nötigen Mindesgeschwindigkeit v_{min} liegt.
   a) Zeigen Sie, daß dann für v_C die Formel $v_C = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot g \cdot r_1}$ folgt.
   b) Berechnen Sie den Radius r_1 der Looping-Bahn.
   c) Berechnen Sie die Kraft, mit der der Fahrgast in Punkt B in den Sitz gepresst wird.
   d) Berechnen Sie die Höhe h des Punktes A über B, wenn $v_A = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt.

2. Aus Sicherheitsgründen muß im Halbkreisteil die Fahrbahn so überhöht werden, daß keine seitlichen Kräfte auftreten.
   a) Bestimmen Sie mit Hilfe einer aussagekräftigen Skizze den Überhöhungswinkel α.
   b) Berechnen Sie die Kraft, mit der der Fahrgast in Punkt D in den Sitz gepresst wird.

3. Auf der Strecke [EF] wird das Fahrzeug gleichmäßig zum Stillstand abgebremst. Der Bremsvorgang beginnt zur Zeit $t = 0$ s bei E. Nach 1,0 s beträgt die Geschwindigkeit immerhin noch $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
   a) Zeichnen Sie den t-v-Graph des Bremsvorgangs.
      [$4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \mathrel{\hat{=}} 2$ cm; $1\ \text{s} \mathrel{\hat{=}} 2$ cm]
   b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Länge der Strecke [EF].
   c) Berechnen Sie die Bremskraft auf den Fahrgast.