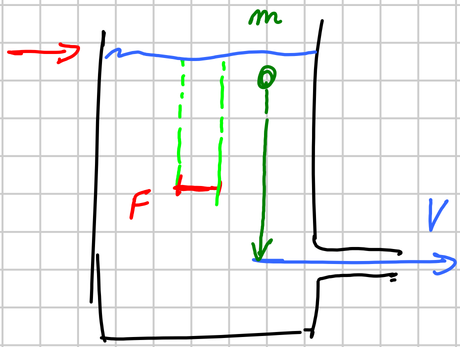
Wettbewerb der Wasserstrahlen

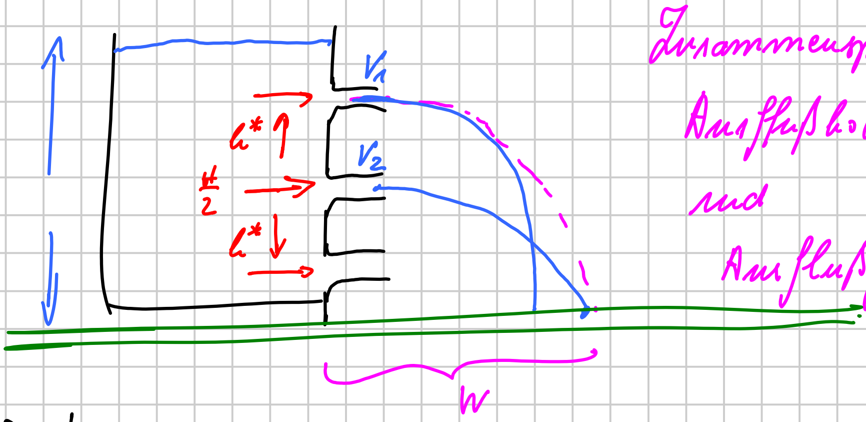
Notiztitel 08.02.2007



V Ausflussgeschwindigkeit abhängig vom Druck

hier Druck konstant

$$\frac{F \cdot h \cdot \varrho}{F} = \varrho \cdot h$$



Zusammenspiel von Ausflußhöhe und Ausflußgeschwindigkeit

dieser Gewinnt

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Aufgabe 2

Leiten Sie eine Formel für die Weite her, die ein Wasserstrahl erreicht, wenn er den Behälter auf der Höhe h verlässt!

Welcher Wasserstrahl „gewinnt" also?

Hinweise:

- *Rechnen Sie mit dem „waagrechten Wurf"!*
- *Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 erhält man, wenn man nach* TORRICELLI *(* 1608; † 1647) annimmt, ein Wasserteilchen sei von der Wasseroberfläche bis zur Austrittsöffnung frei gefallen.*

$$m g (H - h) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

H gegeben

h Austrittshöhe

$(H - h) = \Delta h$

$$v_0^2 = 2g \cdot \Delta h$$

$$v_0 = \sqrt{2g \cdot \Delta h}$$

Wurfweite $w = v_0 \cdot t$ (*)

t erhält man aus der „Zeit" des freien Falls

Fallhöhe des Wasserstrahls

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

eingesetzt in (*)

$$w = \sqrt{2g \cdot \Delta h} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\boxed{w = 2\sqrt{h \, \Delta h}}$$

Interpretation

$$h_2 = \frac{1}{2} H \rightsquigarrow w_2 = 2\sqrt{\frac{1}{2} H \cdot \left(H - \frac{1}{2} H\right)}$$

$$w_2 = H$$

$h_1 = \frac{1}{4} H \quad \rightsquigarrow \quad w_1 = 2\sqrt{\frac{1}{4} H \left(H - \frac{1}{4} H \right)}$

$w_1 = 2\sqrt{\frac{1}{4} H \cdot \frac{3}{4} H}$

$w_1 = \frac{H}{2} \cdot \sqrt{3} = H \frac{\sqrt{3}}{2}$

$h_3 = \frac{3}{4} H \quad \rightsquigarrow \quad w_3 = 2\sqrt{\frac{3}{4} H \left(H - \frac{3}{4} H \right)}$

$w_3 = 2\sqrt{\frac{3}{4} H \cdot \frac{1}{4} H} = w_1$

Frage: Ist die Wurfweitenentwicklung symmetrisch ??

w für $\frac{H}{2} + h^*$ $\qquad \frac{H}{2} - h^*$

$$w = 2\sqrt{h \, (H - h)}$$

$$w = 2\sqrt{\left(\frac{H}{2} + h^*\right) \cdot \left(H - \frac{H}{2} - h^*\right)} \qquad w = 2\sqrt{\left(\frac{H}{2} - h^*\right)\left(\frac{H}{2} + h^*\right)}$$

$$2\sqrt{\left(\frac{H}{2} + h^*\right)\left(\frac{H}{2} - h^*\right)}$$

$$2\sqrt{\left(k \cdot H + h^*\right)\left((1-k) \cdot H - h^*\right)} \qquad 2\sqrt{\left(k H - h^*\right)\left((1-k) H + h^*\right)}$$

$k(1-k) \cdot H^2 - k H h^* + (1-k) h^* H - h^{*2}$

$k(1-k) H^2 + k H h^* - (1-k) h^* H - h^{*2}$ $\qquad$?

$$KH^2 - K^2H^2 - KHh^* + h^*H - Kh^*H - h^{*2}$$

$$KH^2 - K^2H^2 + KHh^* - h^*H + Kh^*H - h^{*2}$$

$$-KHh^* + h^*H - Kh^*H = KHh^* - h^*H + Kh^*H$$

$$0 = 2KHh^* - 2h^*H + 2Kh^*H$$

$$0 = 2K - 2 + 2K$$

$$2 = 4K$$

$$K = \frac{1}{2}$$