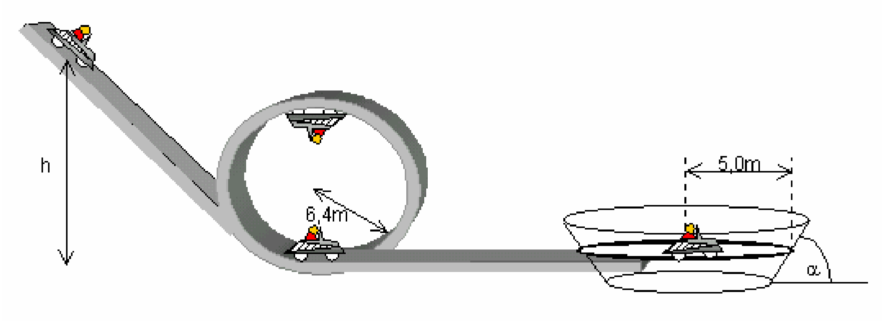
2. Schulaufgabe Physik Klasse 11a Musterlösung

Notiztitel 13.05.2007

1.Aufgabe:

Eine Looping-Bahn auf der Regensburger Mai-Dult enthält eine Schleife, die als Kreis mit Radius r=6,4m geformt ist. Ein Wagen (m=500kg) startet aus der Ruhe heraus in einer solchen Anfangshöhe, dass er die Bahn während der Fahrt gerade noch nicht verlässt.



(Reibung und Schwerpunkt vernachlässigbar)

a. Welche Bahngeschwindigkeit v_0 hat der Wagen im höchsten Punkt der Schleife?
b. Berechne die erforderliche Starthöhe h.
c. Welche Geschwindigkeit v_u besitzt der Wagen im tiefsten Punkt der Bahn?
d. Wie groß ist im tiefsten Punkt die Kraft F von der Schiene auf den Wagen?

Nach dem Looping durchläuft der Wagen eine horizontale Kreisbahn mit dem Radius 5,0m, die so geneigt ist, dass keine seitlichen Haltekräfte auftreten.

e. Berechne den Neigungswinkel α der Kurvenbahn?

a) Im höchsten Punkt der Bahn

Gewichtskraft = Zentrifugalkraft

$$m \cdot g = \frac{m v^2}{r} \qquad v^2 = r \cdot g \rightarrow v = \sqrt{r \cdot g}$$

$$v = \sqrt{6{,}4 \cdot 9{,}81} \sqrt{\frac{m\, m}{s^2}} \qquad v = 7{,}92 \frac{m}{s}$$

b.) Starthöhe h

potentielle Energie = kinetische Energie

$$m \cdot g\,(h - 12{,}8) = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$h - 12{,}8 = \frac{1}{2g} \cdot r \cdot g \qquad h = \frac{r}{2} + 12{,}8 \rightarrow h = 16\,m$$

c) am tiefsten Prunkt der Bahn hat sich die potentielle Energie ans dem Gipfelpunkt in kinetische Energie gewandelt

$$m \cdot g \cdot h^{*} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot 16$$

$$\rightsquigarrow \quad v = 4\sqrt{20} \quad \rightsquigarrow \quad v = 17{,}8 \, \frac{m}{s}$$

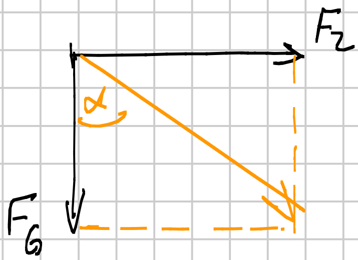
d) Zentrifugalkraft im tiefsten Punkt der Bahn $\quad m \, \frac{v^2}{r}$

Kraft auf Bahn bzw Gegenkraft

$$m \cdot \frac{32\,g}{6{,}4} + m \cdot g = 500 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \, \frac{m}{s^2} \left(\frac{32}{6{,}4} + 1 \right)$$

$$= 30\,000 \text{ N}$$

e)



$$\tan \alpha = \frac{F_Z}{F_G}$$

$$\tan \alpha = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{m \cdot g}$$

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{r \cdot g} = \frac{32\,g}{5\,g} = 6{,}4 \qquad \alpha = 8{,}8^\circ$$

2.Aufgabe

a) Die Erde läßt sich ganz sicher nicht auf die Waage legen, trotzdem kann man leicht ihre Masse bestimmen.
In einem Unterrichtsversuch im November 2006 haben wir einen nicht sehr genauen Wert von $12{,}5\,\frac{m}{s^2}$ für die Erdbeschleunigung gemessen. Berechne daraus die Masse der Erde

b) Anders ist es beim Planeten Jupiter. Wir können dort leider keinen Fallversuch durchführen. Allerdings können auch Hobby-Astronomen die Daten des Jupitermondes Europa bestimmen. Seine Umlaufzeit um den Planeten beträgt 3 d 13 h 13 min 42 sec
Sein Bahnradius (fast genau ein Kreis) beträgt $r = 671{,}4 \cdot 10^3\,km$.
Berechne daraus die Masse des Jupiter und das Massenverhältnis der beiden Planeten Jupiter und Erde.

$3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$
$13 \cdot 60 \cdot 60$
$306822\,s \left\{ \begin{array}{l} 13 \cdot 60 \\ 42 \end{array} \right.$

a) Erdanziehungskraft auf der Erdoberfläche = Gravitationskraft

$$m \cdot g = G \cdot \frac{M_E \cdot m}{r^2}$$

$$r^2 = G \cdot \frac{M_E}{g} \qquad M_E = \frac{g \cdot r^2}{G}$$

$$M_E = \frac{12{,}5 \cdot (6368 \cdot 10^3)^2}{6{,}672 \cdot 10^{-11}}\,kg \qquad M_E = 7{,}6 \cdot 10^{24}\,kg$$

b.) Gravitationskraft = Zentrifugalkraft

$$G \cdot \frac{M_J \cdot M_{Eu}}{r^2} = M_{Eu}\, r\, \omega^2$$

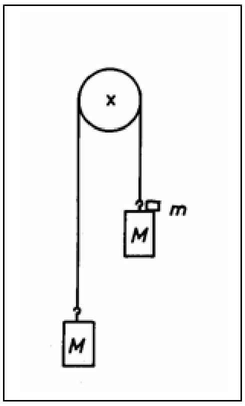
$$M_J = \frac{r^3 \cdot 4\pi^2}{G\; T^2}$$

$$M_J = \frac{(671{,}4 \cdot 10^3 \cdot 10^3)^3 \cdot 4\pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (306822)^2} \qquad \frac{m^3\; kg \cdot s^2}{m^3\; s^2}$$

$$M_J = 1{,}9 \cdot 10^{27}\,kg$$

Massenverhältnis $\frac{Jup}{Erde} = \frac{1{,}9 \cdot 10^{27}}{7{,}6 \cdot 10^{24}} = \frac{250}{1}$

3.Aufgabe:



An den Enden eines Fadens (siehe Abbildung) hängt je ein Körper der Masse M = 2,00 kg. Die Scheibe hat eine Masse von 1 kg und einen Radius von 35 cm! Rechts wird zusätzlich ein Körper der Masse m = 0,100 kg aufgelegt.
Wie du dich sicher erinnerst, wurde diese Aufgabe auch in der 1.Schulaufgabe gestellt. Allerdings habe ich verlangt, die Drehung der Rolle zu vernachlässigen; dieses Mal soll sie ausdrücklich berücksichtigt werden!

a) Stelle eine Energiebilanz dieses Vorgangs auf, der einsetzt, nachdem die Rolle zur Drehung freigegeben worden ist. Aus dieser Bilanz soll hervorgehen, in welche Energieformen die vorhandene potentielle Energie gewandelt worden ist.
(Bitte nicht nur aufzählen, sondern das physikalische Zusandekommen erklären!)

b) Wie groß ist die Beschleunigung der einsetzenden Bewegung?
(Hinweis: Zusätzlich auftretende Effekte wie z.B. Reibung – Gewicht des Fadens können bei der Berechnung außer Betracht bleiben!)

Ergebnis aus SA-1: $0{,}244\frac{m}{s^2}$

a) die (kleine Masse) m verliert an potentieller Energie

die (großen Massen) M gewinnen beide an kinetischer Energie durch die Beschleunigung (rechts) nach unten

die Scheibe gewinnt an Rotationsenergie
jedes Massenstück erhält eine kinetische Energie, die in der Drehung steckt.

b $$2M \cdot a + m \cdot a + \frac{J}{r^2} \cdot a = m \cdot g$$

mit Trägheitsmasse $M = \frac{1}{2} M_{Scheibe}$

$$\rightsquigarrow \frac{2 \cdot 2\,kg + 0{,}1\,kg + 1\,kg \cdot \frac{1}{2}}{0{,}1\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = \frac{1}{a}$$

$$a = 0{,}21\,\frac{m}{s^2}$$

Reibung ausgeschlossen

~~Die~~ ~~Rollenreibung~~ wird ~~durch~~ ~~die~~ ~~konstante~~ ~~Reibungskraft~~ F_R berücksichtigt. Der Einfluß der Massenträgheit der Rolle läßt sich mittels der Grundgleichung der Rotation starrer Körper ermitteln:

$M = J \cdot \alpha$ (J Trägheitsmoment der Rolle, α Winkelbeschleunigung)

siehe Mitschrift 27.3.2007

Für den vorliegenden Fall folgt daraus $r \cdot F = J \cdot \frac{a}{r};\ F = \frac{J}{r^2} a$

(3)

$r \cdot F = M$

$r \cdot F = J \cdot \alpha$

$r \cdot F = J \cdot \frac{a}{r}$

$F = \boxed{\frac{J}{r^2}} \cdot a$ Masseersatz

Setzt man $F = m_{eff} \cdot a$ so folgt mit $J = \frac{m_R}{2} \cdot r^2$

$$m_{eff} = \frac{J}{r^2} = \frac{m_R}{2}$$

(4)

Die Trägheit der Rolle wirkt also so, als müsse zusätzlich die halbe Masse der Rolle linear beschleunigt werden. Das führt zu der gegenüber (1) modifizierten Bewegungsgleichung

$$mg - \cancel{F_R} = \left(2M + m + \frac{m_R}{2}\right) a$$

(5)